

T A

# Scuola di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale

# **MODELLISTICA E SIMULAZIONE**

1a parte: 6 febbraio 2023

Cognome e	Nome	e:	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	
Firma	• • • • • • • • •		• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		•••••	
CREDITI	6		A	В	C1/C2	D	E-F-G	Voto:
DEL CORSO	8							

### **ATTENZIONE!**

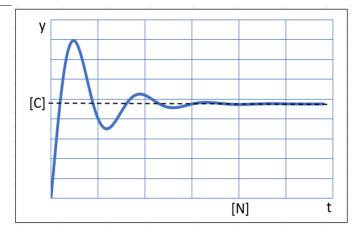
- Completare gli esercizi relativi al proprio corso (barrare 8 CFU o 6 CFU).
- Non è consentito consultare libri, appunti, ecc.
- Le risposte devono essere giustificate e riportate su questi fogli (utilizzando anche il retro).
- Nel testo [C] rappresenta il numero di lettere del cognome e [N] del nome.

Scrivete qui i valori per il vostro caso.  $[C] = \dots$ ;  $[N] = \dots$ 

# DOMANDA A [tutti] (9 punti)

Un sistema lineare continuo SISO del II ordine, con ingresso costante pari a 1, ha il movimento forzato dell'uscita riportato in figura.

Si dica, con la maggior precisione possibile, come potrebbero essere le sue matrici A, B e C.



## **DOMANDA B [tutti] (9 punti)**

Su una strada viene rilevato nel tempo (misurato in ore) il passaggio del numero di veicoli riportato (in opportune unità di misura) nella tabella seguente. Che traffico si prevede per le 8:00 se si utilizza un modello AR(1)?

Ora	2:00	3:00	4:00	5:00	6:00	7:00
Traffico	3	4	4	5	5	[N]

Soluzione

## DOMANDA C1 [6 CFU] (9 punti)

Su quali variabili di stato occorre **al minimo** agire per stabilizzare mediante una legge di controllo algebrica il sistema SISO caratterizzato dalla matrice dinamica sotto riportata?

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & [C] & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -[N] \end{bmatrix}$$

## DOMANDA C2 (8 CFU) (9 punti)

Al fine di reintrodurre una specie di predatori, si vuole studiare la sua dinamica e quella delle prede ad esso associate descritta in equazione 1), dove  $x_1$  e  $x_2$  rappresentano rispettivamente il numero di prede e di predatori, mentre y rappresenta il numero totale di animali.

La dinamica delle popolazioni è simulata del foglio Excel riportato in immagine. Il metodo di Eulero è stato impiegato per discretizzare le equazioni

1) 
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{r}\mathbf{x}_1 \left(1 - \frac{\mathbf{x}_1}{\mathbf{k}}\right) - p\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = p\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2 - m\mathbf{x}_2 + \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 \end{cases}$$
2) 
$$\mathbf{u} = \begin{cases} 6 & \text{se } \mathbf{x}_1 > 450 \text{ o } \mathbf{x}_2 < 10 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dinamiche di stato usando un passo quadrimestrale  $\Delta t$  = 4 mesi (celle E8:F19). Il valore della variabile di uscita y è riportato in celle G8:G19.

In t=0, il sistema è privo di predatori. Il numero di predatori inseriti è descritto da u, in equazione 2), riportato in celle D8:D19.

Scrivete le formule contenute nel foglio di calcolo alle celle nelle colonne D, E, F e G della riga relativa a [N] in colonna B sapendo che sono state copiate e incollate senza modifiche nelle rispettive colonne (D8:G19).

È possibile ridurre le approssimazioni introdotte dalla discretizzazione del modello, senza modificare il passo di discretizzazione Dt?

_ A	В	С	D	E	F	G	H	1
1								
2	paramo	etri X <sub>1</sub>	param	etri X <sub>2</sub>	condiz.	iniziali	∆t	
3	r	k	р	m	x <sub>1</sub> (0)	x <sub>2</sub> (0)	4	
4	2.60	500.00	0.00017	0.10	500	0		
5								
6			simula	zione				
7	[N]	t	u	$\mathbf{x}_1$	$\mathbf{x_2}$	у		
8	1	4	0	500	0	500		
9	2	8	6	500	0	500		
10	3	12	6	500	24	524		
11	4	16	6	492	47	538		
12	5	20	6	476	68	544		
13	6	24	6	455	86	541		
14	7	28	0	429	103	532		
15	8	32	0	401	91	492		
16	9	36	0	378	80	458		
17	10	40	0	360	68	428		
18	11	44	0	346	58	404		
19	12	48	0	336	48	384		
20								

olonna D:	
olonna E:	
olonna F:	. <b>.</b>
olonna G	

Un sistema dinamico con ingresso u(t) = sen(0,2t) produce, a transitorio esaurito, un'uscita y(t)=0,0001sen(0,2). Può trattarsi di un sistema lineare? Perché?  SEGNARE CON UNA CROCETTA LE RISPOSTE CORRETTE  DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dià la stessa soluzione della stima in blocco [Evita l'inversione di una matrice]  Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto)  Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  O Temperature  O Precipitazioni	DOMANDA D (max 5 righe) (3 punti)	
SEGNARE CON UNA CROCETTA LE RISPOSTE CORRETTE  DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dià la stessa soluzione della stima in blocco  Evita l'inversione di una matrice  Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto)  Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:	Un sistema dinamico con ingresso u(t)	= sen(0,2t) produce, a transitorio esaurito, un'uscita
DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Ti applica solo a modelli lineari nei parametri Dà la stessa soluzione della stima in blocco Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico Temperature	y(t)=0,0001sen(0,2). Può trattarsi di un siste	ema lineare? Perché?
DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Ti applica solo a modelli lineari nei parametri Dà la stessa soluzione della stima in blocco Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico Temperature		
DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Ti applica solo a modelli lineari nei parametri Dà la stessa soluzione della stima in blocco Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico Temperature		
DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Ti applica solo a modelli lineari nei parametri Dà la stessa soluzione della stima in blocco Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico Temperature		
DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Ti applica solo a modelli lineari nei parametri Dà la stessa soluzione della stima in blocco Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico Temperature		
DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Ti applica solo a modelli lineari nei parametri Dà la stessa soluzione della stima in blocco Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico Temperature		
DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Ti applica solo a modelli lineari nei parametri Dà la stessa soluzione della stima in blocco Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico Temperature		
DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Ti applica solo a modelli lineari nei parametri Dà la stessa soluzione della stima in blocco Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico Temperature		
DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Traffico Temperature		
DOMANDA E [tutti] (1 punto)  La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Ti applica solo a modelli lineari nei parametri Dà la stessa soluzione della stima in blocco Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico Temperature		
La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Traffico Temperature	SEGNARE CON UNA CROCETTA LE RISPOST	E CORRETTE
La stima ricorsiva ai minimi quadrati (possibili più risposte):  Dà la stessa soluzione della stima in blocco Evita l'inversione di una matrice Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto) Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Traffico Temperature	DOMANDA E [tutti] (1 punto)	Ci amplica cala a madalli linggri nai navamatri
(possibili più risposte):  Evita l'inversione di una matrice  Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto)  Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Traffico  Temperature		Si applica solo a modelli lineari nei parametri
□ Evita l'inversione di una matrice □ Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto)  Per la previsione dell'SO₂ a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Evita l'inversione di una matrice □ Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico □ Temperature	La stima ricorsiva ai minimi quadrati	Dà la stessa soluzione della stima in blocco
Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  DOMANDA F [tutti] (1 punto)  Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Utilizza una matrice di pesi fissata a priori  Traffico  Temperature	(possibili più risposte):	Fyita l'inversione di una matrice
DOMANDA F [tutti] (1 punto)  Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:  Traffico  Temperature		Evita i inversione di dila matrice
Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:		Utilizza una matrice di pesi fissata a priori
Per la previsione dell'SO <sub>2</sub> a Milano sono stati utilizzati dati relativi a:	DOMANDA F [tutti] (1 punto)	Traffice
stati utilizzati dati relativi a:		( ) ITATIICO
	· -	



T A

Scuola di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale

# **MODELLISTICA E SIMULAZIONE**

2a parte: 6 febbraio 2023

Cognome e	Nome	e:	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	
Firma	•••••	••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	
CREDITI	6		A	В	C1/C2	D	E-F	Voto:
DEL CORSO	8							

#### **ATTENZIONE!**

- Completare gli esercizi relativi al proprio corso (barrare 8 CFU o 6 CFU).
- Non è consentito consultare libri, appunti, ecc.
- Le risposte devono essere giustificate e riportate su questi fogli (utilizzando anche il retro).
- Nel testo [C] rappresenta il numero di lettere del cognome e [N] del nome.

Scrivete qui i valori per il vostro caso.  $[C] = \dots$ ;  $[N] = \dots$ 

### **DOMANDA A [tutti] (9 punti)**

Per determinare se esiste una falda acquifera, una società può procedere ad una perforazione di prova. Quando la perforazione di prova incontra strati di roccia porosi (cosa che avviene con probabilità 0,3), nel 60% dei casi si trova una falda acquifera nel 40% invece non c'è. Se invece non si incontrano questi strati, all'80% non c'è una falda. Una falda acquifera (che esiste comunque nel 3\*[N]% dei casi) dà un guadagno di 100, mentre se non la si trova c'è un danno di 5. A quale costo medio il pozzo di prova è conveniente?

## DOMANDA B [tutti] (9 punti)

Si vuole creare un ospedale da campo sul luogo di una catastrofe naturale. Servono 500 tende e 10 t di medicinali. Il materiale può essere trasportato via treno, con un costo di 20 € per una tenda e 80 € a tonnellata di medicinali, o con dei camion, al costo di 25 € per la tenda e 70 €/t di medicinali. Ogni tenda pesa 100 kg e si sa che col treno si possono portare al massimo 25 tonnellate di materiale (tende e medicinali). Si formuli un programma lineare che consenta di calcolare il minimo costo totale di trasporto e si determini la soluzione ottima.

Soluzione

#### DOMANDA C1 [6 CFU] (9 punti)

Siete i responsabili della realizzazione di un software per la gestione di intersezioni semaforizzate. Avete individuato le seguenti fasi (alcune delle quali possono essere svolte in parallelo), per le quali avete stimato i mesi necessari per il loro completamento (tra parentesi):

```
1- raccolta dati (6); 2- analisi dei requisiti (2); 3- progettazione ([C]);
```

4- colloqui per la ricerca di programmatori (1); 5- pratiche per l'assunzione del personale (1);

6- addestramento del personale (2); 7- realizzazione di un prototipo (4);

8- test (1); 9- ingegnerizzazione (2); 10- campagna pubblicitaria (4).

Le precedenze sono: 3 segue 2; 6 segue 5 che segue 4; 7 segue 3 e 6; 8 segue 7 e 1; infine 9 segue 8. Si determini il tempo minimo per il completamento del progetto e si individuino le fasi critiche.

## DOMANDA C2 (8 CFU) (9 punti)

L'azienda di componenti MINIT produce un materiale specifico dalle due fabbriche che possiede, e fornisce il suo prodotto a 4 clienti diversi, C1, C2, C3 e C4. L'azienda deve decidere in quale delle due fabbriche convenga produrre e spedire i propri prodotti per rifornire i propri clienti. Ogni cliente ha una domanda di prodotti diversa, che deve essere sempre soddisfatta. Inolte, ogni fabbrica ha una capacità massima di produzione. L'azienda usa il foglio Excel in figura per giungere ad una soluzione che minimizzi i costi di trasporto.

Le variabili di decisione, ovvero il numero di prodotti  $x_{ij}$  spediti dalla fabbrica i al cliente j, sono riportate in celle G13:J14.

Le distanze tra fabbrica e cliente  $d_{ij}$  sono riportate in celle G4:J5. I costi per transportare i prodotti di una fabbrica ad un cliente sono descritti dall'equazione 1 e calcolati in celle G16:J17. Il valore dell'obiettivo, ovvero i costi totali, è riportato in cella G20.

I valori da vincolare, ovvero il numero di prodotti venduti ad ogni cliente e la massima capacità di produzione della fabbrica, sono riportati in celle G8:J8 e C13:C14 rispettivamente.

Scegliete una colonna G:J a seconda di [N], come indicato da celle G2:J2. Inserite le formule per i costi di trasporto dei prodotti e per i vincoli sulla domanda dei clienti relativi la colonna selezionata, in modo che possano essere copiate e incollate senza modifiche nelle celle circostanti. Completate anche la cella C13 e G20. (Es. per [N] = 5; H8 = ...; H16 = ...; C13 = ...; G20= ...). Infine, identificate la cella obiettivo, le celle variabili e i vincoli da inserire nella finestra *Parametri del Risolutore* per ottenere una soluzione ottima del problema.

	$c_{ij} = segno(x_{ij}) * d_{ij} + x_{ij} * d_{ij} $ (1)										
	Α	В	С	D	E	F	G	Н	I	J	K
1											
2						N	1-3	4-6	7-9	10 +	
3					distanze d <sub>ij</sub>	cliente j	C1	C2	C3	C4	
4					fabbrica i	Fabbrica 1	4	18	12	16	
5					Tabbileat	Fabbrica 2	9	28	24	21	
6											
7						Vincoli	C1	C2	C3	C4	
8							30	5	35	40	
9							≤	≤	≤	≤	
10							30	25	35	40	
11											
12		Vincoli					variabili di de	ecisione x <sub>ij</sub>			
13		Fabbrica 1	40	-	40		0	0	35	5	
14		Fabbrica 2	70	=	70		30	5	0	35	
15											
16						sosti s	0	0	432	96	
17						costi c <sub>ij</sub>	279		0	756	
18											
19							tot	costi			
20							1731				
21											

Riga 8:							
Riga 16:							
C13:							
G20:					 	 	
Parametri risolı	utore: Ol	oietti	ivo	Variabili.	 Vincoli	 	

Ir	<b>DOMANDA D [tutti] (max 5 righe)</b> (3 punti) In quali casi l'algoritmo delle etichette per determinare il cammino minimo su un grafo non trova una soluzione?									
	•••••	•••••	•••••							
		•••••		•••••						
S	EGNARE CON U	INA CROCET	TA LE RISPO	STE CORRET	TE					
Γ	DOMANDA E [t	uttil (1 nun	to)							
	Le variabili di de		•	di flusso	Intere					
	massimo sono:	coisione are	m problema	ai 114330	Binarie					
					Reali					
	DOMANDA F [t	utti] (1 pun	to)		0 11 12					
	- La tabella ripor	ta i guadagn	i di un'azien	da al variare	A1, A2					
	della decisione,				'					
	B1 e B2. Quali s				<b>/</b>					
	prudenza e del	valor medi	o (supponer	O 12, 13						
	equiprobabili)?			A2, A2						
	Decisioni\ω	B1	B2	A2, A1						
	A1	8	22		A3, A1					
	A2	[N]+[C]	10		0.13,7.12					
	A3	20	7							